

Formleg mál og reiknanleiki

Magni Þór Birgisson

skil 5

Halldór Guðjónsson

1 Exercise 2.18 bls 121

Use the pumping lemma to show that the following languages are not context free.

a) $\{0^n 1^n 0^n 1^n \mid n \geq 0\}$

1. $i \geq 0, uv^i xy^i z \in A$
2. $|v| > 0, |y| > 0$
3. $|vxy| \leq p$

$$s = 0^p 1^p 0^p 1^p \in A$$

$$s = uvxyz$$

$$s = \underbrace{0^{k_1-l_1}}_u \underbrace{0^{l_1}}_v \underbrace{0^{P-k_1} 1^{k_2-l_2}}_x \underbrace{1^{l_2}}_y \underbrace{1^{P-k_2} 0^P 1^P}_z$$

Pumpa

$$s = uv^2xy^2z = 0^{P+1} 1^{P+1} 0^P 1^P \notin A$$

b) $\{0^n \# 0^{2n} \# 0^{3n} \mid n \geq 0\}$

1. $i \geq 0, uv^i xy^i z \in A$
2. $|v| > 0, |y| > 0$
3. $|vxy| \leq p$

$$s = 0^P \# 0^{2P} \# 0^{3P} \in A$$

$$s = uvxyz$$

$$s = \underbrace{0^{k_1-l_1}}_u \underbrace{0^{l_1}}_v \underbrace{0^{P-k_1} \# 0^{k_2-l_2}}_x \underbrace{0^{l_2}}_y \underbrace{\# 0^{3P}}_z$$

Pumpa

$$s = uv^2xy^2z = 0^{P+1} \# 0^{P+1} \# 0^P \notin A$$

2 Exercise 2.20 bls 122

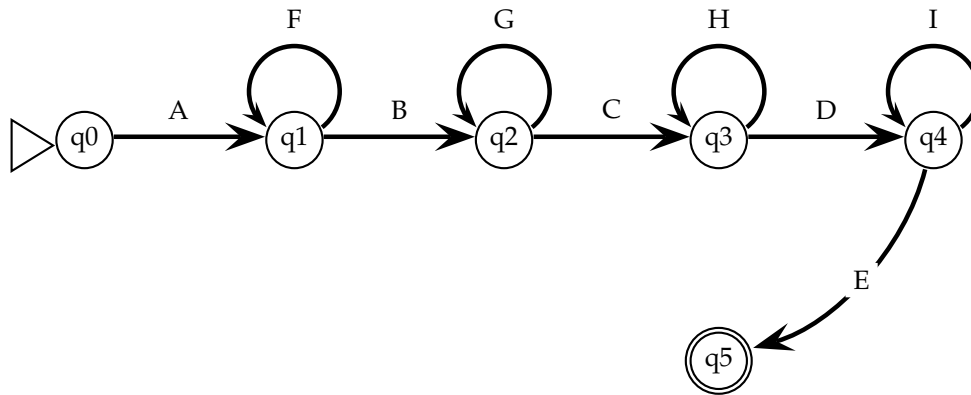
Let G be a CFG in Chomsky normal form that contains b variables. Show that, if G generates some string using a derivation with at least 2^b steps, $L(G)$ is infinite.

3 Exercise 3.9 bls 148

Let a k -PDA be pushdown automation that has k stacks. Thus a 0-PDA is an NFA and a 1-PDA is conventional PDA. You already know that 1-PDAs are more powerful (recognize a larger class of languages) than 0-PDAs.

a) Show that 2-PDAs are more powerful than 1-PDAs.

Hérna ætlum við að láta 2-PDA vél leisa það sem PDA vélin gat ekki í dæmi 1



A	$\epsilon, \epsilon \rightarrow \$, \epsilon \rightarrow \$$
B	$1, 1 \rightarrow \epsilon, \$ \rightarrow \0
C	$0, \$ \rightarrow \$1, 0 \rightarrow \epsilon$
D	$1, 1 \rightarrow \epsilon, \$ \rightarrow \0
E	$\epsilon, \$ \rightarrow \epsilon, \$ \rightarrow \epsilon$
<hr/>	
F	$0, \epsilon \rightarrow 1, \epsilon \rightarrow \epsilon$
G	$1, 1 \rightarrow \epsilon, \epsilon \rightarrow 0$
H	$0, \epsilon \rightarrow 1, 0 \rightarrow \epsilon$
I	$1, 1 \rightarrow \epsilon, \epsilon \rightarrow 0$

Í byrjun er \$ á báða staflana til að vita hvenar komið á botninn á staflanum. Síðan er fyrri staflinn notaður til að telja 0 in þegar fyrstin ásinn kemur þá eru þeir taldir í hinum staflanum og 0 in eytt. Þetta er svo gert í tvígang og þá á bara að vera \$ á báðum stöflunum.

b) Show that 3-PDAs are more powerful than 2-PDAs. (Hint: Simulate a Turing machine tape with two stacks.)

4 Exercise 3.14 bls 149

Show that the collection of decidable languages is closed under the operations of

a) union.

Keyrum strenginn w í gegnum vélina M_1 ef hún samþykkir hann þá er hann samþykktur ef hann er ekki samþykktur þá keyrum strenginn í gegnum vélina M_2 ef hún samþykkir hann þá er hann samþykktur annrs er honum hafnað

b) concatenation.

Tökum orði w og skiptum því niður í w_1 og w_2 . Keyrum svo $M_1(w_1)$ og ef hún samþykkir þá keyrum við $M_2(w_2)$ og ef það samþykkir ennig þá er strengurinn samþykktur annars ekki

c) star.

Tökum orðið w og skiptum því niður í n hluta. ef w strengurinn er tómur þá samþykkjum við strenginn annars Keyrum svo $i=1$ og upp í n $L(w_i)$
Ef allar vélarnar samþykkir strengina þá er strengurinn samþykktur

d) complemenation.

keyrum vélina á $L(w)$ ef við fáum já þá segjum við nei annars já

e) intersection.

keyrum vélina $M_1(w)$ og síðan $M_2(w)$ ef báðar vélarnar samþykkja strenginn þá samþykkjum við annars ekki.

5 Exercise 3.15 bls 149

Show that the collection of Turing-recognizable languages is closed under the operations of

a) union.

Keyrum báðar vélarnar samhliða og ef önnur þeirra samþykkir þá samþykkjum við strenginn.

b) concatenation.

c) star.

Ef strengurinn er tómur þá samþykkja ...

d) intersection.