

# Formleg mál og reiknanleiki

Magni Þór Birgisson

skil 8

Halldór Guðjónsson



## 1 Exercise 5.7 bls 195

Sýnið að  $A$  sé Turing-þekkjanleg og  $A \leq_m \bar{A}$ , þá  $A$  er ákvarðanlegt.

$$A \leq_m \bar{A}$$

$$\bar{A} \leq_m A \text{ Samkvæmt 5.22 bls 193}$$

Þar sem  $A$  er Turing þekkjanlegt mál leiðir það af sér að  $\bar{A}$  er einnig Turing þekkjanlegt mál. Þar  $\bar{A}$  og  $A$  eru bæði Turing þekkjanlegt mál verður  $A$  að vera ákveðanlegt.

## 2 Exercise 5.9 bls 195

Sýnið að allar Turing-þekkjanleg vandmál er hægt  $\leq_m$  til  $A_{TM}$ .

$$A_{TM} = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ er TM-vél og } M \text{ samþykkir } w \}.$$

Og því er hægt að varpa öllum turing málum yfir  $A_{TM}$ .

## 3 Exercise 5.10 bls 195

$J = \{ w \mid w = 0x \text{ fyrir einhver } x \in A_{TM} \text{ eða } w = 1y \text{ fyrir einhver } y \in \overline{A_{TM}} \}$ . Sýnið að hvorki  $J$  né  $\bar{J}$  er Turing þekkjanleg.

$$\overline{A_{TM}} \leq_m J$$

Færslufallið varpar hvaða streng  $y$  yfir í  $1y$

$$\text{Þá er } y \in \overline{A_{TM}} \iff 1y \in J$$

Þessi vörpun er Turing þekkjanleg.

$J$  er ekki Turing þekkjanleg.

$$A_{TM} \leq_m J$$

Færslufallið varpar hvaða streng  $x$  yfir í  $0x$

$$\text{Þá er } x \in A_{TM} \iff 0x \in J$$

Þessi vörpun er Turing þekkjanleg.

$J$  er ekki Turing þekkjanleg.

$$\overline{A_{TM}} \leq_m \bar{J}$$

Er því heldur ekki Turing þekkjanleg.

## 4 Exercise 6.2 bls 220

Sýnið að fyrir hvaða óendanleg subset af  $MIN_{TM}$  er ekki Turing þekkjanleg. Skoða 6.5

## 5 Exercise 6.3 bls 220

Sýnið að ef  $A \leq_T B$  og  $B \leq_T C$  þá gildir  $A \leq_T C$ .

$A \leq_T B$  og  $B \leq_T C$  verði að  $A \leq_T C$ .

Þar að segja ef  $x \in A$  þá gildir  $f(x) \in B$  og  $y \in B$  þá gildir  $g(y) \in C$ .

Þá gildir  $x \in A$  þá gildir  $g(f(x)) \in C$ .

Þá finnum við út að hægt er að varpa  $A$  í  $g(f(x))$  til  $C$ .

## 6 Exercise 6.4 bls 220

Er the statement  $\exists x \forall y [x + y = y]$  er member of  $\text{Th}(\mathbb{N}, +)$ ? Why or why not? What about the statement  $\exists x \forall y [x + y = x]$

$\exists x \forall y [x + y = y]$  ef við veljum  $x = 0$ , þá getum við valið hvaða  $y$  sem er og setning mun alltaf vera sönn og er því hópnum af  $\text{Th}(\mathbb{N}, +)$ .

$\exists x \forall y [x + y = x]$  þessi setning getur aldrei verið sönn og er því ekki hópnum  $\text{Th}(\mathbb{N}, +)$ .

## 7 Exercise 6.6 bls 221

In the fixed-point version of the recursion theorem (Theorem 6.6) let the transformation  $t$  be a function that interchanges the states  $q_{\text{accept}}$  and  $q_{\text{reject}}$  in Turing machine descriptions. Give an example of fixed point for  $t$ .